

- Le barème est indicatif.
- Les documents sont autorisés.
- Les communications orales ou électroniques en cours de partiel ne le sont pas.

Exercice 1 – Implantation Caml de l’algorithme de Vincent-Collins – 10 points

Dans cet exercice, on implante un algorithme d’isolation des racines réelles d’un polynôme en une seule variable. Les polynômes

$$a_0 + a_1X + \dots + a_dX^d$$

sont codés par des tableaux a_0, \dots, a_d de longueur $d + 1$. On appelle degré d’un tel polynôme l’entier d .

Question 1 – 2 points

Définir le type `polynom_int` des polynômes à coefficients entiers et le type `polynom_float` des polynômes dont les coefficients sont des `float` ainsi qu’une fonction de conversion du premier type vers le second.

Question 2 – 1 point

Écrire une fonction qui prend en entrée un polynôme (dont les coefficients sont des `float`) et un `float` et l’évalue en un autre `float`.

Question 3 – 1 point

Écrire une fonction prend en entrée un polynôme et un `float` et qui substitue X par aX (où a est un `float`) dans le polynôme donné en entrée.

Question 4 – 1 point

Écrire une fonction prenant deux entiers en entrée k et i et calculant le binomial $\binom{k}{i}$ (qui est égale à $\frac{k(k-1)\dots i+1}{(k-i)(k-i-1)\dots 1}$) et le convertit en `float`.

Question 5 – 2 points

Écrire une fonction qui effectue substitue X par $X + 1$. Pour cela vous utiliserez la formule suivante :

$$(X + 1)^k = \sum_{i=0}^k X^i \binom{k}{i}$$

Question 6 – 1 point

Les racines réelles d’un polynôme $a_0 + \dots + a_dX^d$ sont bornées par $\sum_{i=0}^d \left| \frac{a_i}{a_0} \right|$ (où $\left| \frac{a_i}{a_0} \right|$ est la valeur absolue de $\frac{a_i}{a_0}$). Donner une fonction calculant cette borne.

Question 7 – 1 point

Écrire une fonction qui prend en entrée un polynôme (dont les coefficients sont des `float`) et renvoie le nombre de variations de signes des coefficients non nuls de du polynôme.

Écrire une fonction `descartes` qui étant donné un polynôme $a_0 + \dots + a_d X^d$ renvoie le polynôme $a_d + \dots + a_0 X^d$, puis applique `substitut` au polynôme obtenu X par $X + 1$ et enfin retourne sur le dernier polynôme obtenu le nombre de changements de signe dans les coefficients.

La valeur ci-dessus borne le nombre de racines réelles du polynôme en question dans l'intervalle $[0, 1]$. On va utiliser les changements de variables implantés ci-dessus pour ramener l'étude sur l'intervalle $[0, C]$ (où C est la borne donnée dans la question 5 à une étude sur l'intervalle $[0, 1]$ puis on procède par dichotomie.

Voici une description détaillée de l'algorithme. Si $p(X)$ est le polynôme et C la borne de la question 5 qui lui est associée on appelle une fonction `IRRP` sur $P(C, X)$ et le couple $(0, C)$.

Question 8 – 2 points

On décrit maintenant `IRRP` qui prend en argument un polynôme p et deux flottants a et b .

- La fonction `descartes` est appelée sur p . Si son résultat est 0 on renvoie une liste vide. Si son résultat est 1 on renvoie une liste constituée du couple (a, b) .
- Sinon on pose $q = p(x/2)$, $r = p((x + 1)/2)$ et $m = (a + b)/2$ (c'est ici que commence la dichotomie).
- Si $p(1/2) \neq 0$ alors on renvoie l'union des listes renvoyées par l'application récursive de `IRRP` sur q , a et m d'une part et sur p , m et b d'autre part.
- Si $p(1/2) = 0$ on fait la même chose que ci-dessus sauf qu'on ajoute au résultat le couple (m, m)

Implanter l'algorithme ci-dessus. Selon vous les résultats pratiques seront-ils satisfaisants du point de vue de la stabilité numérique (argumentez) ?

Exercice 2 – Base de données – 20 points

On utilise les modules `Caml` pour implanter les fonctionnalités minimales pour gérer une base de données stockant les publications d'une équipe de recherche.

Chaque membre d'une équipe de recherche est employée par une organisation qui sera, dans notre cas, soit l'UPMC, soit le CNRS soit l'INRIA. Les membres ont le statut de `Doctorant`, ou de `ATER`, ou de `MC`, ou de `CR` ou de `Prof` ou de `DR`. Un membre est défini comme un enregistrement constitué :

- d'un identifiant unique de type `int`
- d'un nom
- d'un prénom
- du statut du membre
- de l'organisation employant la personne concernée
- d'un champ `cle` de type chaîne de caractère identifiant le (ou la) directeur (trice) de thèse si le statut du membre en question est `Doctorant`
- de l'année de naissance.

Question 1 – 2 points

Définir les types `organisation`, `statut` et `membre`

Pour chaque membre l'identifiant doit être unique.

Question 2 – 1 point

Écrire une fonction qui prend une liste de membres en entrée et vérifie que deux membres différents n'ont pas le même identifiant. Si ce n'est pas le cas, une exception `IntegrityViolation` doit être levée

Question 3 – 2 points

Écrire une fonction qui prend une liste de membres en entrée et vérifie que :

- tous les membres dont le statut est `Doctorant` ont dans le champ `cle` la conversion de l'identifiant d'un autre membre en `string` et que cet autre membre est de statut soit `Prof` soit `DR`.

– tous les membres dont le statut n'est pas `Doctorant` ont un champ `cle` qui est une chaîne de caractère vide.
Si ce n'est pas le cas, une exception `IntegrityViolation` doit être levée

On définit dans la base des auteurs qui sont soit membres de l'équipe de recherche soit des collaborateurs extérieurs à cette équipe. Les auteurs sont définis par un enregistrement constitué :

- d'un identifiant de type `int` qui est unique par auteurs
- d'un couple qui sera $(0, 0)$ si l'auteur en question n'est pas membre de l'équipe et $(1, a)$ où a est l'identifiant d'un membre si l'auteur en question est membre de l'équipe.
- d'un nom (ce champ est vide si l'auteur est membre de l'équipe)
- d'un prénom (ce champ est vide si l'auteur est membre de l'équipe)

Question 4 – 2 points

Définir le type `auteur` et écrire une fonction prenant une liste d'auteurs en entrée ainsi qu'une liste de membres et vérifiant que la liste d'auteurs respecte les contraintes indiquées ci-dessus.

Si ce n'est pas le cas, une exception `IntegrityViolation` doit être levée

Les publications sont éditées par des publieurs qu'on stocke comme un enregistrement constitué de :

- un identifiant ;
- 0 si c'est un journal ou 1 si c'est une conférence ;
- le nom du journal ou de la conférence ;

Une publication est stockée comme étant un enregistrement constitué :

- d'un identifiant de type `int` qui est unique par `Publication`
- d'un titre de type `string`
- d'une liste contenant les identifiants des auteurs
- d'un identifiant indiquant la revue ou la conférence dans laquelle la publication apparaît
- l'année de la publication.

Chaque publication stockée doit avoir été écrite par un membre de l'équipe.

Question 5 – 2 points

Définir le type `publieur`. Définir le type `publication` et écrire une fonction prenant en entrée une liste de publications, une liste d'auteurs et une liste de publieur et vérifie que la liste de publications vérifie les contraintes indiquées ci-dessus.

Si ce n'est pas le cas, une exception `IntegrityViolation` doit être levée.

Question 6 – 2 points

Donner (dans le langage des modules) la signature d'un module `BaseDeDonnees` qui va manipuler des listes de membres, des listes d'auteurs, des listes de publieurs et des listes de publications.

Les fonctionnalités du module sont les suivantes :

- insérer et supprimer des membres de l'équipe
- insérer et supprimer des auteurs
- insérer et supprimer des publications
- afficher la liste des publications au format `html`
- rechercher la liste des auteurs d'une publication donnée par son identifiant
- afficher la liste des publications d'une année donnée

Que modifieriez-vous dans votre réponse si vous deviez écrire un `.mli` ?

Question 7 – 2 points

Différentes personnes peuvent utiliser cette base. Les administrateurs de la base ont accès à toutes les fonctionnalités. Les fonctionnalités d'insertion et de suppression ne sont en revanche pas accessibles à l'utilisateur `lambda`. Écrire en conséquence les signatures des modules `AdminBD` et `LambdaUserBD`.

Question 8 – 2 points

Expliquer comment vous procéderiez dans le module `AdminBD` pour que les fonctionnalités de contrôle sur les

données que vous avez données en début d'exercice soient automatiquement appelées à chaque insertion (ou suppression) mais qu'il ne s'agisse pas de fonctionnalités que l'administrateur puisse appeler de lui-même.

Comment modifier la signature de votre module pour tenir compte du fait qu'une exception puisse être levée en cas de violation des contraintes d'intégrité de la base ?

Question 9 – 2 points

Donner la fonction d'affichage des publications. Pour cela, la chaîne de caractères renvoyée doit commencer par `` et se terminer par ``, puis vient le titre de la publication qui doit être entre `` et ``, puis vient la liste des auteurs (comprise entre `<i>` et `</i>`) qui sont donnés par l'initial de leur prénom et leur nom complet, et enfin le nom du publieur et l'année.

Question 10 – 3 points

Terminer l'implantation du module `LambdaUser`.